ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre, Época Recurso 03. 07. 2017

2horas. (20 valores)

Nome:____**nº:**_______

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a (10).	4a.(10)	5a.(10)	6a.(10)
1b.(20)	2b.(20)	3b (15)	4b.(20)	5b.(20)	6b.(15)
		7.(15)	8.(15)	T:	

Atenção: Todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas. Perguntas com alternativas: uma resposta certa vale 10 pontos, uma resposta errada desconta 2,5 pontos.

1. Nove em cada dez vezes que o Rui chega a casa do trabalho, não consegue estacionar na sua rua. Se chega depois das 18:30, nunca encontra lugar na sua rua; quando chega entre as 18:00 e as 18:30,apenas 20% das vezes encontra um lugar para estacionar na sua rua. Assuma que as probabilidades de o Rui chegar depois das 18:30 e entre as 18:00 e as 18:30 são, respectivamente, 0.2 e 0.1.

a) Em quinze dias seleccionados ao acaso, qual a probabilidade de o Rui não conseguir estacionar na sua rua em mais de 10 dias?

0,9978 ☐ 0,9873 ☐ 0,9895 ☐ 0,9981 ☐

b) Ontem o Rui não conseguiu estacionar na sua rua. Qual a probabilidade de ter chegado a casa antes das 18:00?

2. Considere a variável aleatória bidimensional (X, Y) com função probabilidade conjunta dada pelaTabela seguinte:

$x \quad \backslash \quad y$	0	1	2
0	0,298	0,298	0,149
1	0,047	0,094	0,094
2	0,002	0,007	0,011

a) Sobre as variáveis X e Y podemos afirmar que:

i) Têm a mesma distribuição de probabilidades ☐ ii) $P(X = Y) = 0{,}403$ ☐

iii) $E[Y] = 1$ ☐ iv) $P(Y = 2) = 0{,}02$ ☐

b) Determine a função de distribuição da variável aleatória $Z = |X - Y|$.

3. Seja X uma variável aleatória cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} x & (0 < x < 1) \\ \dfrac{1}{2} & (1 < x < 2) \end{cases}$$

a) Sobre a distribuição de X podemos afirmar que:

i) é simétrica ☐ ii) a sua mediana é 1 ☐

iii) $P(X < 2) = \frac{1}{2}$ ☐ iv) é discreta ☐

b) Calcule a variância de $Y = 2X + 3$.

4. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja **por hora**, entre as 10 e as 18 horas, segue uma distribuição de Poisson com variância igual a 10.

a) Qual a probabilidade de nas duas primeiras horas chegarem 15 ou mais clientes.

0.9613 ☐ 0.8951 ☐ 0.9484 ☐ 0.8435 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de meia hora pela chegada do 3º cliente?

5. O Daniel é treinador de natação e assegura-nos que o tempo (em segundos) que o seu melhor atleta consegue obter em competição nos 50 m bruços é bem modelado por uma variável aleatória com média 35 e desvio padrão 2. Sempre que o tempo obtido é inferior a 31 segundos, o atleta recebe um prémio de 100 euros.

a) Sobre a distribuição da média dos tempos que esse atleta obtém em 5 competições distintas de 50 m bruços podemos afirmar que:

i) pode ser bem aproximada por uma normal ☐ ii) tem valor médio 35 ☐

iii) tem variância 4 ☐ iv) tem desvio padrão igual a 2/5 ☐

b) Assuma que o tempo obtido por este atleta em competição segue uma distribuição normal. Qual o montante a orçamentar que garante com probabilidade de pelo menos 95% que se tem dinheiro para pagar ao atleta ao longo das próximas 50 competições de 50m bruços em que ele vai participar.

6. Assuma que o tempo (em horas) que um estudante a preparar-se para os exames nacionais passa diariamente a estudar tem uma distribuição normal de média 5 e desvio padrão 2. Em certo dia, selecionaram-se aleatoriamente 9 estudantes.

a) Qual a probabilidade de o tempo médio de estudo na amostra ser inferior a 4 horas?

b) Qual a probabilidade de o menor tempo de estudo na amostra ser superior a 1 hora?

7. Sejam $\lambda > 0$ e $\theta > 0$. Seja ainda X uma v.a. cuja função de distribuição é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\theta}} & x > 0 \end{cases}$$

Determine a distribuição de $Y = \left(\frac{X}{\lambda}\right)^{\theta}$.

8. Considere as variáveis X e Y tais que $X - Y$ e X são independentes. Existindo todos os valores esperados envolvidos, mostre que $Cov(X, Y) = Var(X)$:

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia, 2º semestre Época Recurso 03. 07. 2017

2horas. (20 valores)

Nome:____**nº:**_______

Espaço reservado para classificações					
1a.(10)	2a.(10)	3a (10).	4a.(10)	5a.(10)	6a.(10)
1b.(20)	2b.(20)	3b (15)	4b.(20)	5b.(20)	6b.(15)
		7.(15)	8.(15)	T:	

Atenção: Todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas. Perguntas com alternativas: uma resposta certa vale 10 pontos, uma resposta errada desconta 2,5 pontos.

1. Nove em cada dez vezes que o Rui chega a casa do trabalho, não consegue estacionar na sua rua. Se chega depois das 18:30, nunca encontra lugar na sua rua; quando chega entre as 18:00 e as 18:30,apenas 20% das vezes encontra um lugar para estacionar na sua rua. Assuma que as probabilidades de o Rui chegar depois das 18:30 e entre as 18:00 e as 18:30 são, respectivamente, 0.2 e 0.1.

a) Em quinze dias seleccionados ao acaso, qual a probabilidade de o Rui não conseguir estacionar na sua rua em 10 ou mais dias?

0,9978 ☐ 0,9873 ☐ 0,9895 ☐ 0,9981 ☐

b) Ontem o Rui não conseguiu estacionar na sua rua. Qual a probabilidade de ter chegado a casa antes das 18:00?

2. Considere a variável aleatória bidimensional (X, Y) com função probabilidade conjunta dada pelaTabela seguinte:

$x \quad \backslash \quad y$	0	1	2
0	0,298	0,298	0,149
1	0,047	0,094	0,094
2	0,002	0,007	0,011

a) Sobre as variáveis X e Y podemos afirmar que:

i) Têm a mesma distribuição de probabilidades ☐ ii) $P(X = Y) = 0{,}403$ ☐

iii) $E[Y] = 1$ ☐ iv) $P(Y = 2) = 0{,}02$ ☐

b) Determine a função de distribuição da variável aleatória $Z = |X - Y|$.

3. Seja X uma variável aleatória cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} x & (0 < x < 1) \\ \frac{1}{2} & (1 < x < 2) \end{cases}$$

a) Sobre a distribuição de X podemos afirmar que:

i) é simétrica ☐ ii) a sua mediana é 1 ☐

iii) $P(X < 2) = \frac{1}{2}$ ☐ iv) é discreta ☐

b) Calcule a variância de $Y = 2X + 3$.

4. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja **por hora**, entre as 10 e as 18 horas, segue uma distribuição de Poisson com desvio padrão igual a 10.

a) Qual a probabilidade de nas duas primeiras horas chegarem mais de 15 clientes.

0.9613 ☐ 0.8951 ☐ 0.9484 ☐ 0.8435 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de meia hora pela chegada do 3º cliente?

5. O Daniel é treinador de natação e assegura-nos que o tempo (em segundos) que o seu melhor atleta consegue obter em competição nos 50 m bruços é bem modelado por uma variável aleatória com média 35 e desvio padrão 2. Sempre que o tempo obtido é inferior a 31 segundos, o atleta recebe um prémio de 100 euros.

a) Sobre a distribuição da média dos tempos que esse atleta obtém em 5 competições distintas de 50 m bruços podemos afirmar que:

i) pode ser bem aproximada por uma normal ☐ ii) tem valor médio 35 ☐

iii) tem variância 4 ☐ iv) tem desvio padrão igual a 2/5 ☐

b) Assuma que o tempo obtido por este atleta em competição segue uma distribuição normal. Qual o montante a orçamentar que garante com probabilidade de pelo menos 95% que se tem dinheiro para pagar ao atleta ao longo das próximas 50 competições de 50m bruços em que ele vai participar.

6. Assuma que o tempo (em horas) que um estudante a preparar-se para os exames nacionais passa diariamente a estudar tem uma distribuição normal de média 5 e desvio padrão 2. Em certo dia, selecionaram-se aleatoriamente 9 estudantes.

a) Qual a probabilidade de o tempo médio de estudo na amostra ser inferior a 4 horas?

b) Qual a probabilidade de o menor tempo de estudo na amostra ser superior a 1 hora?

7. Sejam $\lambda > 0$ e $\theta > 0$. Seja ainda X uma v.a. cuja função de distribuição é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\theta}} & x > 0 \end{cases}$$

Determine a distribuição de $Y = \left(\frac{X}{\lambda}\right)^{\theta}$.

8. Considere as variáveis X e Y tais que $X - Y$ e X são independentes. Existindo todos os valores esperados envolvidos, mostre que $Cov(X, Y) = Var(X)$: